Aujourd'hui le mercredi 08 décembre 2011 :
Au lycée Fattouma Bourguiba un **DEVOIR DE SYNTHESE N°I** de mathématique
Pour la classe $2^{\text{éme}}$ science_6 d'une durée de 2 heures

EXERCICE N°1 :

❶ Soit l'équation (E) : $ax^2 - 15x + c = 0$, avec $a \neq 0$. Si $a.c = \frac{225}{4}$ alors (E) :

a- admet une seule racine   b- admet deux racines   c- n'admet aucune racine

❷ Le trinôme : $2x^2 - 3x + 4$ est :

a- positif   b- négatif   c- ne garde pas un signe constant.

❸ Soit $P(x) = (x^2 - 3)^2 - x^4 + 6x^2 - 3x + 4$ alors :

a- $d°P = 4$ b- $d°P = 1$ c- $d°P = 2$

❹ Soit l'équation (E) : $ax^2 + bx - a = 0$ avec $a \neq 0$ admet :

a- une seule solution   b- aucune solution   c- deux solutions.

❺ Soit A,B et C trois points non alignés, le point G définie par : $3\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{BG} - 5\overrightarrow{GC} = \vec{0}$ alors :

a- G barycentre des points (A,3) ; (B,2) et (C,-5).

b- A est le milieu de [BC].

c- G barycentre des points (A,3) ; (B,2) et (C,5).

❻ Soient A, B et C trois points distincts du plan et K barycentre des points (A,1) ; (B,2)et(C,6) alors :

a- $9\overrightarrow{AK} = 2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}$ b- $9\overrightarrow{BK} = 2\overrightarrow{AB} + 6\overrightarrow{AC}$ c- $9\overrightarrow{AK} = 6\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

EXERCICE N°2 :

I) Soit le polynôme $P(x) = ax^3 - 9x^2 + 7x + b$, on donne $P(-1) = -12$ et $P(0) = 6$.

❶ Montrer que $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$.

❷ a- Vérifier que 3 est une racine de P(x).

b- factoriser P(x) puis résoudre dans IR, $P(x) = 0$

c- Résoudre dans IR, $P(x) < 0$.

d- Résoudre dans IR, $P(x) \geq -3(x - 3)$.

II) Soit $g(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 16x + 12$.

❶ Vérifier que : $g(x) = (x - 1)(x - 2)(x^2 + x + 6)$

❷ On considère la fonction rationnelle $f(x) = \frac{g(x)}{x^2 + 3x - 4}$

a- Déterminer le domaine de définition de f.

b- Simplifier f(x).

c- Résoudre dans IR, $f(x) \leq 0$ puis comparer f(-5,8) et f(0,005)

d- Résoudre dans IR, $f(x) \leq 2x - 4$.

EXERCICE N°3 :

Soit ABC un triangle, on désigne par I barycentre des points pondérées (A,3) et (B,-2) et par le point J définie par : $3\overrightarrow{JA} - 2\overrightarrow{JB} + \overrightarrow{JC} = \vec{0}$.

❶ a-Construire le point I.

b- Montrer que J est le milieu du segment [IC].

❷ Soit K barycentre des points pondérées (A,3) et (C,1).

a- Montrer que J est barycentre des points pondérées (K,2) et (B,-1).

b- En déduire que les droites (AC) et (BJ) sont sécantes en un point que l'on précisera.

❸ Soit O le milieu du segment [AC].

a- Montrer que J est le barycentre des points pondérées (O,1) ; (A,1) et (B,-1).

b- En déduire que ABOJ est un parallélogramme.

❹ Déterminer et construire les ensemble suivants :

$$\xi = \left\{ M \in P \text{ tel que } \left\| 3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} \right\| = 4\left\| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} \right\| \right\}$$

$$\Delta = \left\{ M \in P \text{ tel que } \left\| 3\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MC} \right\| \right\}$$

Bon Travail